WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

Программы для конструирования предметных головоломок. Мнемонические правила для запоминания последовательности цифр числа π

А. К. ДЬЮДНИ

НАПИСАТЬ программу, помогающую в изобретении головоломки, не менее трудно и интересно, чем написать программу, которая решает ее. Б. Катлер из Уосо (шт. Висконсин) и С. Коффин из Линкольна (шт. Массачусетс), наверное, согласятся со мной. Воспользовавшись компьютером, Катлер изобрел трехмерную игрушку, состоящую из шести деталей, которую он назвал замысловатой колючкой Билла (Bill's baffling burr). Эта игрушка с выступающими во все стороны деталями, которые сложным образом связаны между собой, действительно чем-то напоминает колючий плод растения — он как бы пристает на некоторое время к тому, кто пытается решить головоломку. Колючка Билла состоит из шести деталей, попарно ориентированных в трех взаимно перпендикулярных направлениях (см. рисунок на с. 139). На самом деле в этой игрушке содержатся сразу две головоломки — нужно уметь и собрать, и разобрать ее. Пользуясь компьютером, чтобы путем перебора всех возможных комбинаций деталей найти наиболее интересные из них, Катлеру удалось изобрести, может быть, самую трудную головоломку этого типа для шести деталей.

Коффин тоже не без помощи компьютера изобрел двумерную головоломку, деталями которой являются плоские фишки гексомино различной формы, состоящие из шести квадратов одинакового размера (отсюда название «гексомино», по аналогии с «домино» — фишками, состоящими из двух квадратов. — *Перев.*), склеенных друг с другом в различных сочетаниях. Задача заключается в том, чтобы собрать фишки в большой квадрат; подбор формы фишек может оказаться трудным и утомительным. Из всех возможных комбинаций гексомино программа Коффина отыскивает те, которые представляются наиболее трудными для решения. Она уже нашла так много комбинаций, что Коффин может удовлетворить интерес всех любителей этой головоломки. Свою систему, создающую эти варианты, Коффин называет «рогом изобилия». Лично я располагаю вариантом игры, показанным на с. 140.

Третья головоломка, которую мы рассмотрим, была изобретена без помощи компьютера. Ее автор Энджел из Инглвуда (шт. Колорадо). Эта задача небезынтересна для любителей поиска алгоритмических подходов. Игрушка Энджела представляет собой набор цветных пластмассовых деталей, которые в виде мозаики вписываются в две окружности (см. рисунок на с. 142). В ней используются детали двух видов: «камни» и «кости». Повернув сначала один круг, а затем и другой, камни и кости можно перемешать так, что по сравнению с исходным их расположением картина будет выглядеть совершенно хаотичной. Вернуть фишки в исходное положение, пожалуй, ничуть не легче, чем установить одноцветные грани в кубике Рубика.

Как мы увидим ниже, задача Энджела, по существу, является одномерной. Задача Коффина, очевидно, двумерна, и, наконец, головоломка Катлера трехмерна в полном смысле слова. Начнем с рассмотрения трехмерных головоломок, а затем перейдем к другим в порядке убывания их размерности.

Наверное, каждому из нас доводилось вертеть в руках игрушку-головоломку, подобную описанной выше «колючке». Иногда эти игрушки называют китайскими головоломками, хотя они почти наверняка европейского происхождения. Они могут состоять из многих деталей и иметь разнообразные формы. Наибольшее распространение получили игрушки из шести деталей, каждая из которых имеет форму продолговатого параллелепипеда с вырезанными в нем выемками, или пазами (для краткости будем называть их брусками). В собранном виде детали группируются в три пары, каждая из которых состоит из двух прилегающих друг к другу брусков, как бы врезающихся в центр игрушки и выходящих с противоположной стороны. Однако центральная часть игрушки не может быть занята тремя парами брусков одновременно. Возникающий, казалось бы, парадокс разрешается, если учесть, что в каждом бруске имеются пазы. Расположение пазов определяет возможности сборки и разборки игрушки на составные детали. Ясно поэтому, что искусство создания интересных шестиблочных игрушек сводится к тому, чтобы найти подходящее расположение пазов в каждом бруске.

Катлер конструирует свои игрушки-головоломки в три стадии. Сначала он выбирает форму шести брусков, из которых должна состоять игрушка. Затем он должен проследить, чтобы пазы в брусках были взаимно совместимыми. Для этого нужно определить, существует ли такая конфигурация, в которой все бруски беспрепятственно проходят через центральную зону, образуя единое целое. Наконец, нужно испытать игрушку на разборку, т. е. проверить, возможно ли ее разобрать, и если возможно, то насколько трудной окажется эта задача. На двух последних стадиях конструирования Катлер пользуется программой, которую выполняет компьютер.

Каждая деталь головоломки-колючки вначале представляет собой деревянный брусок определенных размеров. В рассматриваемом варианте игрушки размеры каждого бруска равны (в произвольных единицах) $2 \times 2 \times 6$. В каждом бруске имеется 12 мест, где могут быть вырезаны пазы (см. рисунок на с. 139). Если считать, что брусок состоит из 24 кубов единичного размера, то на каждом торце бруска будет располагаться по четыре таких куба, а в средней его части будет находиться 16 кубов. С каждой стороны вдоль бруска расположено восемь центральных кубов в два ряда, по четыре куба в каждом. Пронумеруем их от 1 до 8. На противоположной стороне бруска пронумеруем еще четыре центральных куба от 9 до 12. Брус становится деталью игрушки, если удалить из него то или иное количество кубов из 12 рассмотренных. Как подсчитал Катлер, из 4096 возможных способов удаления кубов лишь 369 приводят к построению реализуемой головоломки.

Большой опыт в изобретении подобных головоломок позволяет Катлеру сравнительно быстро выбрать шесть деталей перспективной формы. Однако каким образом, не затрачивая много времени и сил на изготовление настоящей деревянной модели, можно узнать, подойдут ли выбранные детали друг к другу так, чтобы получилась «работающая» игрушка? Катлер не долго думал, прежде чем решил на этой начальной стадии разра-

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

ботки головоломки прибегнуть к помощи компьютера. В 1973 г. он написал свою первую программу перебора конфигураций. Пространство, занимаемое игрушкой, программа представляет в виде трехмерного массива размером 8 × 8 × 8. Каждый элемент массива представляет собой единичный куб, занимающий соответствующее место в модели, и помечается номером детали, которая занимает данную ячейку пространства. Например, если изъять из этого пространства все кубы, помеченные числом 3, не нарушая их взаимного расположения, то мы увидим, какую форму имеет деталь номер 3. Нетрудно сообразить, что в зависимости от количества пазов, вырезанных в бруске, каждая деталь может занимать от 14 до 24 кубических ячеек, или элементов массива.

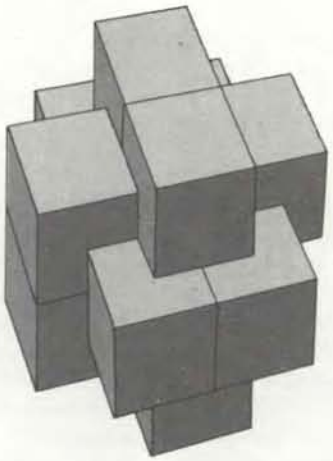
Программа просматривает каждый из шести списков, содержащих информацию о конфигурации шести деталей в соответствии с координатами кубов, из которых они состоят. Затем координаты подвергаются различным математическим операциям, представляющим такие преобразования, как перенос, вращение и отражение детали в пределах массива. Безусловно, что эта процедура носит строго упорядоченный характер и требует выполнения многочисленных циклов.

Первый брусок (под номером 1) устанавливается в стандартном положении и составляющие его единичные кубы помечаются в трехмерном массиве номером 1. Взаимное расположение этих кубов в точности воспроизводит конфигурацию детали. Затем программа пробует поместить первый из оставшихся брусков так, чтобы он пересекался с уже установленным стандартным бруском. При этом проверяются все возможные ориентации второго бруска, для чего нужно выполнить два цикла. Еще два цикла требуются программе для того, чтобы попытаться поместить третий брусок так, чтобы он пересекался с первыми двумя. Здесь опять рассматриваются все возможные ориентации. Присоединение трех оставшихся брусков требует выполнения еще шести циклов. Используя жаргон программистов, можно сказать, что эта процедура содержит большое количество вложенных циклов. Всякий раз, когда очередной брусок устанавливается в новое положение или приобретает иную ориентацию, программа проверяет все 512 кубов в массиве с целью удостовериться, что ни один из этих кубов не пронумерован дважды. Если встречается хотя бы один куб с двойной нумерацией, то вся комбинация должна быть отвергнута, потому что в этом случае два бруска пытаются занять одно и то же место, и, следовательно, такая конфигурация оказывается недозволенной (в математическом смысле слова).

Множество всех возможных конфигураций из шести деталей можно представить в виде дерева; корнем дерева будет брусок под номером 1 в стандартном положении. Пока это дозволенная конфигурация. Добавляя следующий брусок с другой ориентацией к каждой из последующих дозволенных конфигураций, мы получаем либо новую ветвь дерева возможных вариантов, либо заходим в тупик.

На конечных узлах дерева программа может выдать какое-то количество дозволенных конфигураций, со-

ГОЛОВОЛОМКА В СОБРАННОМ ВИДЕ



ДЕТАЛИ ГОЛОВОЛОМКИ

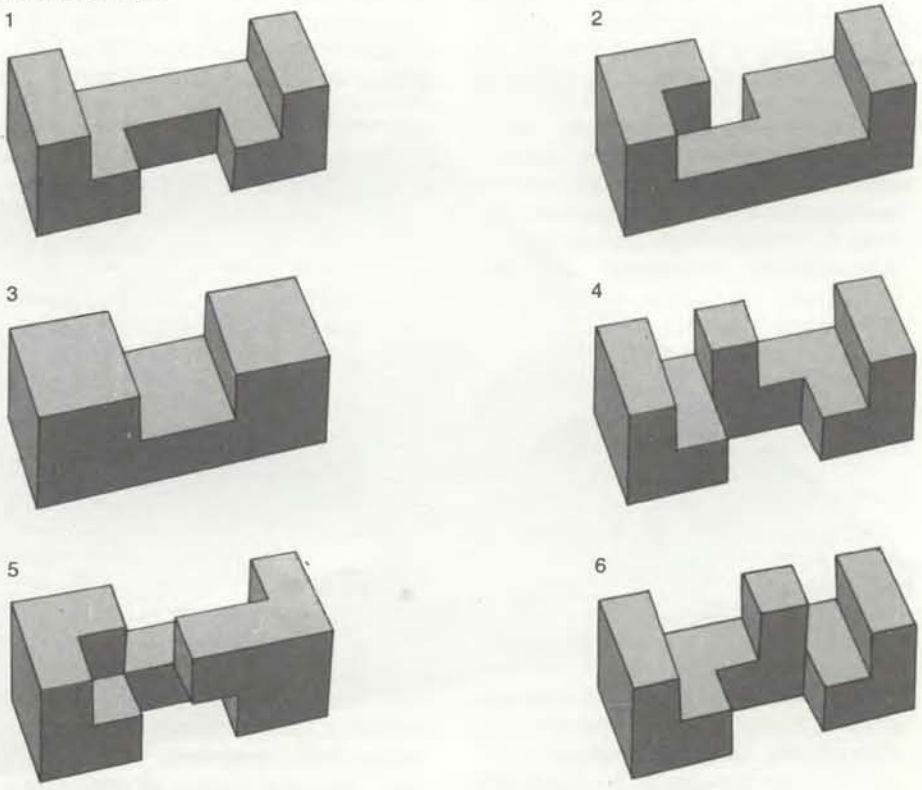
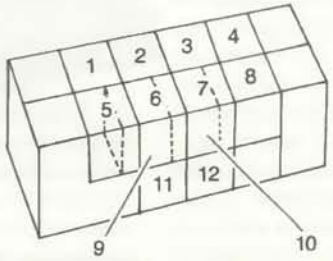


СХЕМА РАСПОЛОЖЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ КУБИКОВ



Головоломка-колючка Билла

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

стоящих из шести брусков и изящно собранных в игрушку-головоломку. Однако некоторые из полученных таким образом головоломок оказываются все же безнадежно «заклиненными»: как ни толкай, ни тяни или ни крути бруски, их никак не удается (да это и невозможно) отделить друг от друга. На самом деле такие игрушки было бы просто невозможно изготовить. Они существуют только в «воображении» программы. Каким же образом Катлер определяет, возможно ли разобрать ту или иную шестичастную конфигурацию? Ответ на этот вопрос он получает, выполняя вторую программу — программу разборки.

Программа разработки анализирует тот же самый массив размером 8 × 8 × 8, который используется для порождения дозволенных конфигураций. При этом программа пытается сдвинуть каждый брусок на одну или более единичных ячеек в какомнибудь одном из трех ортогональных направлений. Она пробует вытянуть блок или сдвинуть его вбок. И здесь для представления множества вариантов применяется дерево. В корневом узле дерева находится игрушка-головоломка в собранном виде. На каждой достигнутой стадии разборки программа осуществляет систематический поиск возможных перемещений для каждой очередной детали. Те, кто многократно пытался разбирать эту головоломку, уже давно заметили, что как только удастся полностью высвободить одну или две детали, завершить разборку обычно не составляет труда.

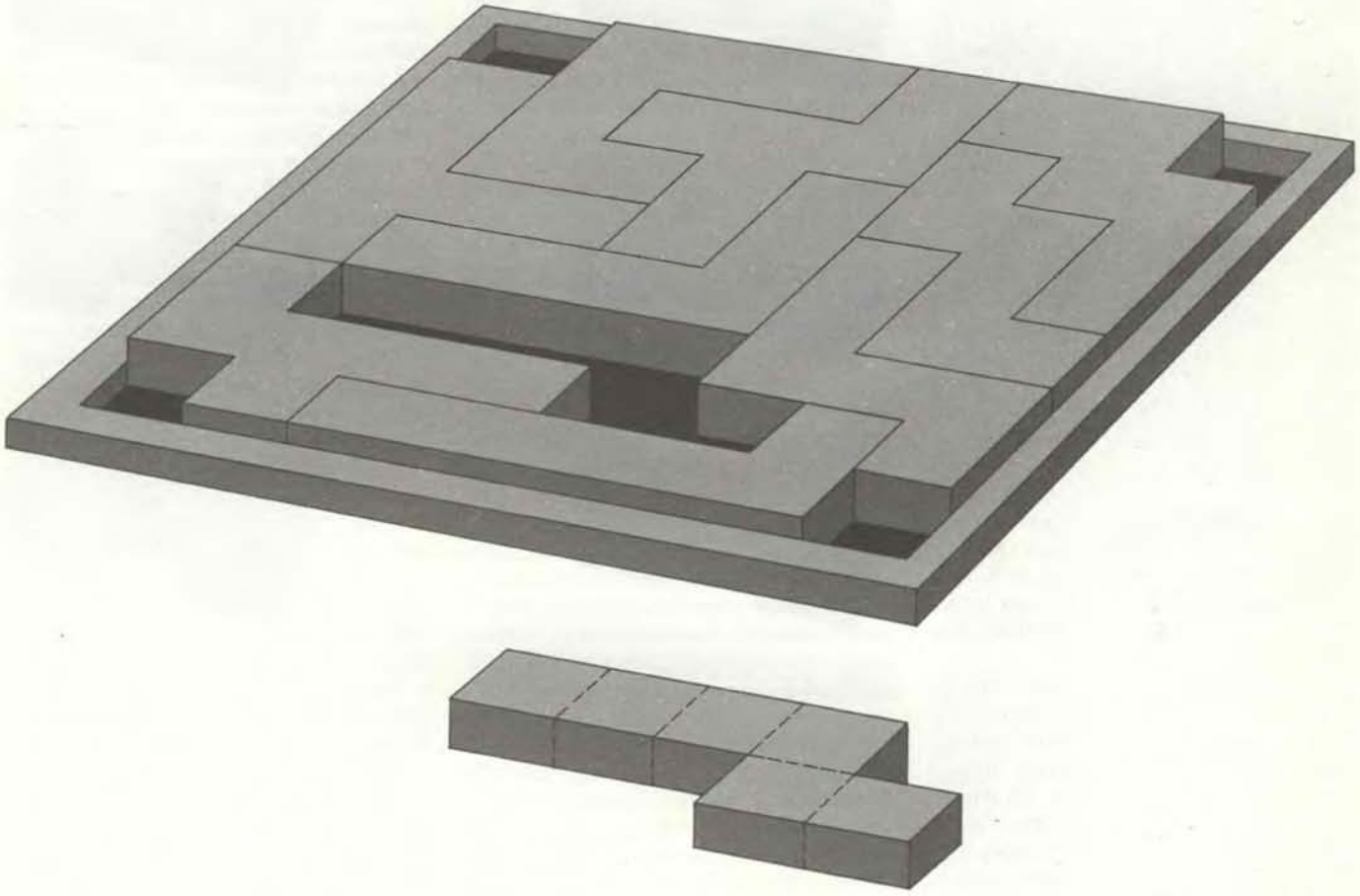
Естественно поэтому, что Катлер считает конструкцию шестичастной головоломки-колючки хорошей только в том случае, когда задача высвобождения первой детали оказывается очень трудной. Чтобы вытащить первую деталь из головоломки-колючки Билла, требуется сделать не менее пяти перемещений!

Прежде чем Катлер сконструировал свою лучшую головоломку, он испробовал и забраковал девять различных вариантов сочленения деталей. Десятый вариант, на котором он остановился (см. рисунок на с. 139), отличался исключительно коварным замыслом с расчетом на интуицию играющего. Программа, порождающая конфигурации, нашла одно и только одно взаимное расположение всех деталей, а программа разборки установила, что их можно разобрать только одним способом. Лишь одну деталь можно извлечь первой и для этого нужно совершить четыре, казалось бы, бессмысленных перемещения.

Программа разборки одновременно представляет собой и программу решения головоломки. Сначала, конечно, ей нужно предъявить точное описание деталей головоломки, и это описание должно быть представлено в виде основного массива программы размером 8 × 8 × 8. Готовое решение программа выдает в виде указания последовательности перемещений, которую должен воспроизвести человек, пытаясь разобрать игрушку.

Предположим, однако, что программе не было дано никаких сведений о конфигурации деталей. Тогда бы у нее не было никакой альтернативы в манипулировании физической моделью игрушки. Забавно представить себе программу, способную управлять двумя механическими руками-манипуляторами робота. За действиями такой программы можно было бы следить в течение многих дней, по мере того как она исследовала бы колоссальное дерево возможных перемещений.

Коффин, так же как и Катлер, в течение ряда лет занимался изобретением «колючек» и других трехмерных головоломок. Одно из его последних



Головоломка Коффина из фишек гексомино

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

достижений — двумерная головоломка. Предлагаем нашим читателям попытаться собрать 10 фишек гексомино в плоский квадрат, так чтобы ни одна фишка не накладывалась на другую (см. рисунок внизу слева). Каждая фишка состоит из шести деревянных квадратов, склеенных друг с другом вдоль одной или более граней. Одна хорошая головоломка из гексомино — это уже достижение. Однако у Коффина есть «компьютерный ключик», открывающий целый сундук подобных головоломок. Каждый вариант игры отличается от других и имеет свою степень сложности. Такую головоломку можно как бы случайно оставить на столе и пригласить нескольких друзей на чашечку кофе. Хозяин может быть при этом уверен, что ни один из гостей не сумеет быстро решить ее, и сошлется на то, что никогда прежде не видел такой головоломки; она действительно окажется им совершенно незнакомой.

В качестве критериев сложности головоломки подобного типа Коффин принимает как форму самих деталей, так и количество возможных решений задачи. В своем проекте под названием «рог изобилия» Коффин пользуется только фишками типа гексомино. Чтобы усложнить задачу, он выбрал исключительно асимметричные фишки, не содержащие квадратов размером 2 × 2. Полный набор насчитывает 17 фишек. При правильном расположении 10 фишек в квадрате размером 8 × 8 должно остаться четыре пробела. Дозволенными являются только те конфигурации, в которых эти пробелы расположены симметрично. В модели, которую Коффин прислал мне, есть по крайней мере два решения: первое, когда четыре пустых квадрата находятся в середине собранной фигуры, и второе, когда они расположены по углам.

Всего существует 19 448 способов выбрать подмножество из 10 фишек из полного множества, насчитывающего 17 фишек. Далеко не все такие подмножества приводят к интересным головоломкам, а некоторые из возможных наборов нельзя разместить в пределах квадрата 8 × 8. Каким же образом среди всех этих вариантов можно выявить наилучшие головоломки?

Не так давно Коффин обратился за помощью к М. Билеру, неутомимому программисту, имя которого упоминалось в статье, посвященной описанию игры под названием «Жизнь» (см. журнал «В мире науки» 1985, № 7). Билер написал программу исчерпывающего перебора, которая пытается собрать каждый набор из 10 фишек в требуемый квадрат. Программа автоматически генерирует все возможные решения. Если их оказывается не слишком много, она выдает все найденные решения вместе с описанием соответствующего набора из 10 фишек.

Так же как и программа Катлера, конструирующая «колючки», программа Билера, перебирающая конфигурации гексомино, исследует дерево. Начинает она с рассмотрения выделенного подмножества фишек, генерируемого ее главным циклом. По существу, программа как бы сканирует площадь, занимаемую элементами головоломки, строка за строкой. Для этого необходим еще один цикл, вложенный в главный цикл программы. Всякий раз, когда встречается свободный квадрат, программа выбирает одну из еще не использованных фишек (это еще один цикл) и пробует приладить ее к уже сложенным во всех возможных ориентациях (четвертый цикл). Если выбранная фишка оказывается подходящей, на дереве потенциальных решений генерируется новая ветвь, а программа переходит к следующему свободному квадрату и пытается приладить другую неиспользованную фишку.

Если бы не некоторые хитроумные алгоритмические ухищрения, программа, генерирующая решения, может быть, и не могла бы найти все возможные ответы за разумное время. Один из таких трюков заключается в том, чтобы подвергать каждый набор гексомино своеобразному тесту «на четность» еще до того, как программа войдет во второй цикл. Как-то раз, когда Билер изучал набор из 17 фишек, он заметил, что если их рассматривать как фрагменты шахматной доски, то 11 фишек имеют по три белых и три черных квадрата. Остальные 6 фишек состоят из четырех квадратов одного цвета и двух другого. Решение же для любого набора из 10 фишек содержит одно и то же число белых и черных квадратов, а именно 30. Отсюда Билер пришел к выводу, что решение можно найти только для четного числа «непарных» фишек, т. е. тех шести фишек из 17, у которых количество белых и черных квадратов не совпадает. Любое подмножество, не удовлетворяющее этому простому правилу, должно быть отвергнуто, как не имеющее решения. Это позволило сократить количество итераций в программе с 19 448 до 9746.

Количество решений, которое находит программа Билера для заданного подмножества гексомино, определяет степень сложности соответствующей задачи. Согласно классификации Коффина, задачи могут быть просто сложными (несколько решений) и очень сложными (всего одно решение). Программа Билера выдает решения одно за другим, как автомат. Вооружившись необходимыми инструментами, Коффин организовал мастерскую по изготовлению головоломок. О своей работе Коффин рассказывает в брошюре «Puzzle Craft» («Искусство составления головоломок»).

Отметим одно примечательное различие между головоломками Катлера и Коффина: в то время как шестичастную игрушку Катлера очень трудно разобрать, головоломка из «рога изобилия» Коффина легко поддается разборке — для этого достаточно высыпать фишки из коробочки, в которой гексомино собираются в большой квадрат. Головоломку-колючку труднее разобрать отчасти потому, что она трехмерна. Разумному существу из четырехмерного мира не составит никакого труда разобрать любую игрушку Катлера — оно воспользуется новым направлением, «вверх» от модели. В то же время даже ему, наверное, будет так же трудно собрать детали головоломки-колючки, как нам решить двумерную задачу с гексомино. Этот мысленный эксперимент наводит нас на мысль о двумерной головоломке-колючке, которая разбирается перемещениями плоских деталей, все время остающихся в одной плоскости. Возможна ли головоломка такой конструкции? Предположим, что у нас есть 8 деталей для двумерной головоломки-колючки. Две детали выступают наружу с каждой стороны коробочки; детали, находящиеся внутри, могут иметь любую прямоугольную форму. Предлагаем читателям подумать над конструкцией подобной головоломки.

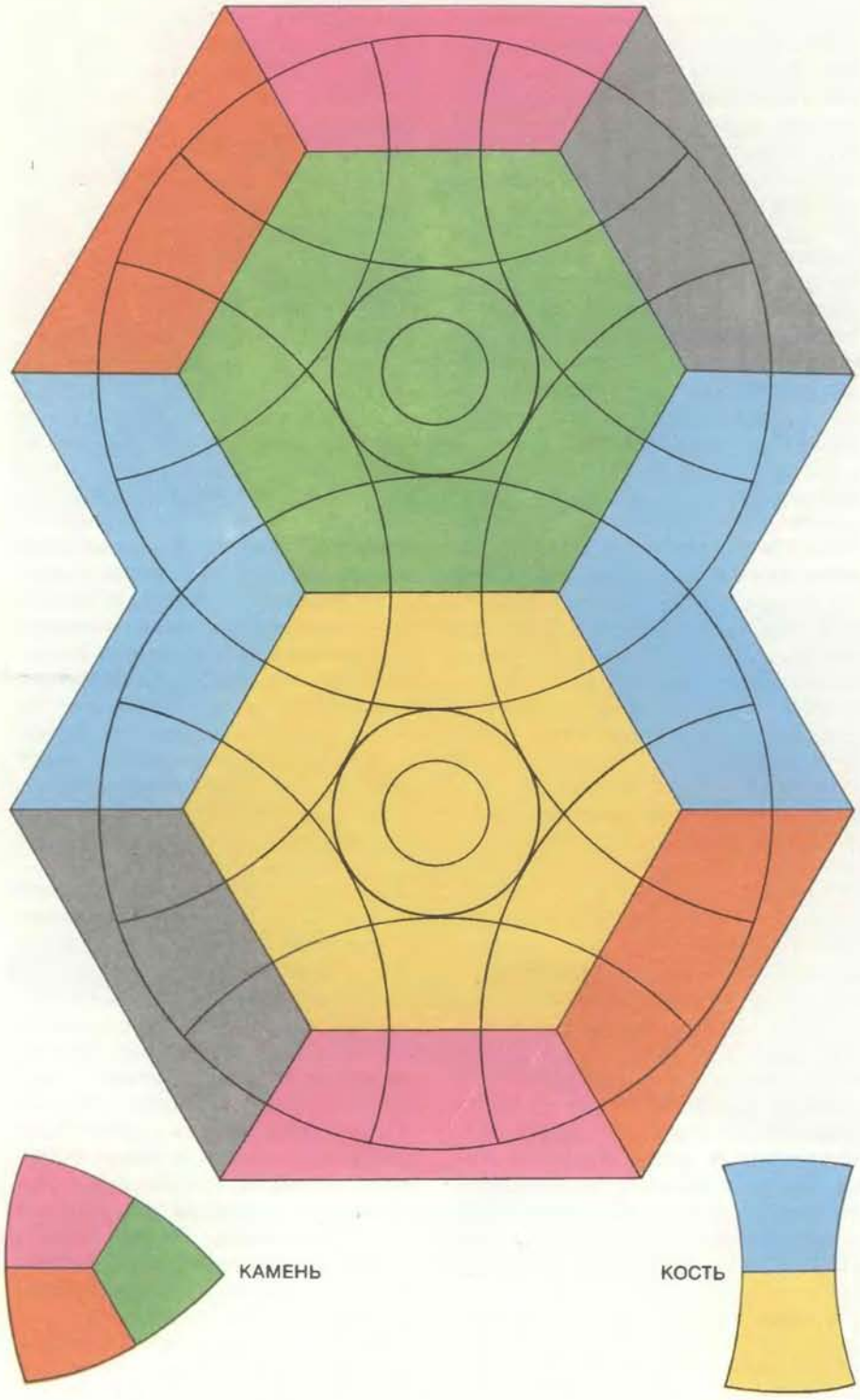
Перейдем к рассмотрению третьей головоломки, называемой по имени ее автора головоломкой Энджела. Для меня несколько часов, с интересом проведенных над этой головоломкой, оказались безрезультатными. Мне еще не удалось получить общего решения, однако Дуглас Р. Хофштадтер (статьи которого в рубрике «Математические игры» раньше публиковались в нашем журнале) разработал специальную программу, выполняющую операции над кругами этой головоломки. Энджел пишет, что несколько человек, достигших высокого мастерства с кубиком Рубика, не смогли решить его задачу.

Игрушка Энджела состоит из двух пересекающихся кругов, заключенных в пластмассовый корпус. По периферии каждого круга располагаются попеременно 6 «камней» и 6 «ко-

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

стей». Камни выглядят как несколько расплывшие треугольники, а кости — как недокормленные прямоугольники. Поскольку круги пересекаются, они имеют два общих камня и одну общую кость (см. рисунок внизу). Круги с заключенными в них камнями и костями могут вращаться. Если повернуть один круг, скажем верхний, на 60°, камень и кость, которые в исходном положении были общими для обоих кругов, оказываются перемещенными и заменяются другим камнем и другой костью. Если поочередно поворачивать каждый круг на любой угол, кратный 60°, в случайно выбираемых направлениях, то камни и кости оказываются перемешанными и их расположение выглядит хаотичным.

Исходная конфигурация головоломки делится на 10 шестиугольных зон — 8 внешних и 2 внутренних. Внешние зоны окрашены в красный, оранжевый, синий и черный цвета; симметрично противоположные друг другу зоны имеют одинаковый цвет. Внутренние зоны (по одной в каждом кругу) — желтого и зеленого цвета. Каждый камень принадлежит одновременно трем зонам и поэтому имеет три области различного цвета. Каждая кость принадлежит двум зонам и потому является двухцветной.



Головоломка Энджела

Если камни и кости перемешать описанным выше способом, то вместо приятной на вид упорядоченной структуры, которая была в исходном положении, возникнет беспорядочная мозаика цветов. Возникает вопрос: как может игрушка с таким ограниченным характером перемещений оказаться такой же сложной, как и кубик Рубика? Энджел показал мне полный набор «алгоритмов» решения своей задачи, но мы придержим их на несколько месяцев в резерве, чтобы дать возможность всем заинтересованным читателям попробовать свои силы и попытаться самим найти решение. Мы надеемся, что читатели, владеющие программированием, сумеют найти красивые и эффективные алгоритмы.

Сам я еще не написал такой программы, но у меня есть некоторые соображения, которые могут оказаться полезными. Когда головоломка находится в исходном (неперемешанном) состоянии, пронумеруйте камни по часовой стрелке от 0 до 9, начиная с камня, расположенного справа от кости, принадлежащей обоим кругам. Тогда исходную конфигурацию можно представить следующей последовательностью чисел:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Допустим, что верхний круг повернулся на 60° по часовой стрелке. Если приведенную выше последовательность рассматривать как номера 10 ячеек игрушки, то в результате указанного поворота последовательность номеров будет следующей:

5 0 1 2 3 4 6 7 8 9

Заметим, что после перестановки число 5 перешло со своей шестой позиции на первую. Читатели сами могут легко получить последовательность номеров после каждой из трех следующих перестановок. Эти четыре перестановки можно встроить в программу, которая оперирует массивом из 10 элементов. Первоначально массив содержит числа в возрастающем порядке. Обращаясь к перестановкам в случайном порядке, мы как бы перемешиваем модель головоломки. Благодаря описанной схеме представления

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

задачи можно существенно ускорить работу программы, отыскивающей решение. Наверное, теперь читателям стало ясно, почему я считаю задачу Энджела одномерной.

В СТАТЬЕ из рубрики «Занимательный компьютер», помещенной в сентябрьском номере нашего журнала, читателям было предложено сконструировать управляющую логическую схему для робота, ходящего по стене. Задача эта значительно труднее, чем может показаться с первого взгляда. Главная трудность заключается в преодолении выпуклых углов: если не отключить движок, когда встречается такой угол, то робот спокойно отойдет от стены и начнет двигаться внутрь помещения.

Из присланных до сих пор решений только два представляются мне правильными. Ж. Шваб, консультант по автоматизированной обработке данных из Медона (Франция), и Дж. Грегор, лейтенант военно-воздушных сил США, в настоящее время проходящий службу на базе ВВС в Лэнгли, оба сконструировали схемы с четырьмя триггерными элементами. Возможно, двух триггеров недостаточно для построения схемы.

Более двадцати различных мнемонических правил для запоминания последовательности цифр числа π были присланы читателями в сентябре. Как и следовало ожидать, большинство мнемоник было предложено сразу несколькими читателями. Мне очень понравились два продолжения мнемоники, предложенной в статье «Путешествие с роботами в Роботрополе и овладение навыками конструирования электронных микросхем» (см. «В мире науки», 1985, № 9), а также несколько старых, почти забытых мнемоник, с которых смахнули пыль и показали новому поколению читателей. Завершают этот парад произведения «международного класса», написанные на французском, немецком и греческом языках.

Победителем в категории правил, продолжающих уже предложенную фразу, следует признать П. Брайяма из Брайтона (шт. Массачусетс): «How I wish I could enumerate pi easily, since all these (censored) mnemonics prevent recalling any of pi's sequence more simply»*.

Победителем конкурса на самую длинную мнемонику стал Дж. Джанг из Темпла (шт. Аризона). Правило Джанга позволяет запомнить 110 знаков числа π. Я приведу здесь лишь первые 14 слов: «How I wish I could enumerate pi easily which men known skillful calculate forever...»

Множество читателей, включая Л. Полинга, прислали одну или несколько старых шуток, подобных, например, следующим:

See, I have a rhyme assisting
my feeble brain, in tasks sometime
resisting.

Или:

Now I — even I — would celebrate in
rhymes inept
the great immortal Syracusan
rivaled nevermore,
who by his wondrous lore untold us
before,
made the way straight how to circles
mensurate.

В нашей коллекции есть еще несколько странных, но забавных мнемоник. М. Стюбен из Анандейла (шт. Виргиния) прислал, например, такое стихотворение:

How I wish I could recollect pi.
Eurika! cried the great inventor.
Christmass pudding, Christmass pie
is the problem's very center.

Клайв Дж. Гримстоун из Лондона, Англия, располагает мнемоникой, охватывающей 100 десятичных знаков, но не включающей первые 3. Вот как выглядит начало стихотворения:

I know a maths professor.
He always weeps and sighs
whenever polyhedra
capsize...

Читатели с хорошей музыкальной памятью могут запомнить число π, напевая или насвистывая мелодию, придуманную Р. Бруксом из Бетесда (шт. Мэриленд). Чтобы не прибегать к музыкальной записи, я лишь скажу, что каждому разряду числа π Брукс ставит в соответствие определенную ноту. Нота «ми» соответствует единице, «фа» — двойке и т. д. Рядом с каждой нотой в скобках записывается ее длительность (она не имеет отношения к разрядам числа π и необходима только для мелодии. — *Перев.*). За единицу длительности принята 1/16. В этих обозначениях мелодия, соответствующая разрядам числа π, имеет следующий вид:

3(1)1(1)4(1)1(1)5(5)9(1)2(1)6(1)5(6)
3(1)5(1)8(5)9(1)7(1)9(1)3(6)2(1)3(1)
8(1)4(1)6(4)2(2)6(6)4(2)3(12)

Счет идет на 4 четверти, и первый такт кончается между четвертой и пятой нотами.

Трое читателей, включая Дж. Сиэтла (шт. Вашингтон), прислали следующее стихотворение на французском языке:

Que j'aime à faire apprendre un
nombre utile aux sages!
Immortel Archimède artiste
ingènieur
Qui de ton jugement peut priser la
valeur!
Pour moi ton problème eut de
pareils avantages.

А вот стихотворение Хенрика на немецком языке:

Wie? O! Dies π
Macht ernstlich so vielen viele
Müh!
Lernt immerhin, Jünglinge, leichte
Verselein,
Wie so zum Beispiel dies dürfte zu
merken sein!

Конечно, греки в лице Архимеда сказали первое слово о числе π. Им же, по мнению Л. Джаковидеса из Бирмингема (шт. Мичиган), должно принадлежать и последнее слово:

ἀεὶ ὁ Θεὸς ὁ μέγας γεωμετρεῖ τὸ
κύκλου μῆκος ἵνα ὁρίσῃ διαμέτρῳ.

(Всемогущие боги играют в геометрию, чтобы выразить длину окружности через ее диаметр.)

---

* Здесь и далее предложенные читателями мнемонические правила даются без перевода, поскольку в адекватных фразах на русском языке число букв в словах не будет соответствовать последовательности цифр числа π. — *Прим. ред.*